

Exercice 1 :

1) a) 8 est l'image de 3 par la fonction f.
ou 3 a pour image 8 par la fonction f.

b) 3 est un antécédent de 8 par la fonction f.
ou 8 a pour antécédent 3 par la fonction f.

2) a) -6 est l'image de -3 par la fonction g.

b) 2 a pour image 4 par la fonction g.

c) 12 est un antécédent de 5 par la fonction g.

d) 5 a pour antécédent 12 par la fonction g.

3) a) $h(4) = 4^2 - 5$

$$h(4) = 16 - 5$$

$$h(4) = 11$$

Donc 11 est l'image de 4 par la fonction h.

b) $h(-6) = (-6)^2 - 5$

$$h(-6) = 36 - 5$$

$$h(-6) = 31$$

Donc 31 est l'image de -6 par la fonction h.

Exercice 2 :

1) a) Comme le triangle ABC est rectangle en B, on peut appliquer le théorème de Pythagore :

$$AC^2 = BA^2 + BC^2$$

On remplace :

$$AC^2 = 80^2 + 60^2$$

$$AC^2 = 6\,400 + 3\,600$$

$$AC^2 = 10\,000$$

Donc $AC = \sqrt{10\,000} = 100 \text{ cm} = 1 \text{ m}$.

Le client doit donc dire qu'il veut une diagonale de 1m pour son étagère.

b) Comme le triangle ABC est rectangle en B, on peut appliquer les formules de trigonométrie :

$$\tan(\widehat{BAC}) = \frac{BC}{AB}$$

c) Comme le triangle ABC est rectangle en B, on peut appliquer les formules de trigonométrie :

$$\cos(\widehat{ACB}) = \frac{BC}{AC}$$

2) On veut vérifier, avec ces dimensions, que le triangle est rectangle en B.

Dans le triangle ABC, le plus grand côté est [AC].

- $AC^2 = 120^2 = 14\,400$

- $BC^2 + BA^2 = 90^2 + 80^2$

$$BC^2 + BA^2 = 8\,100 + 6\,400$$

$$BC^2 + BA^2 = 14\,400$$

On remarque que $AC^2 = BC^2 + BA^2$.

Donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en B.

Le client peut donc commander une étagère avec ces dimensions.

Exercice 3 :

1) Je sais que :

$$A \in (OB)$$

$$C \in (OD)$$

$$(AC) \parallel (BD)$$

Or : d'après le théorème de Thalès

$$\frac{OA}{OB} = \frac{OC}{OD} = \frac{AC}{BD}$$

$$\frac{OA}{4} = \frac{OC}{OD} = \frac{2,5}{5}$$

Donc :

$$OA = \frac{2,5 \times 4}{5}$$

$$OA = 2 \text{ cm}$$

2) Les points B,E,O et B,F,D sont alignés dans le même ordre.

On compare :

$$\frac{BE}{BO} = \frac{2,4}{4} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{BF}{BD} = \frac{3}{5}$$

Donc :

$$\frac{BE}{BO} = \frac{BF}{BD}$$

D'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (EF) et (OD) sont parallèles.

Exercice 4 :

$$A = (2x + 5)(3x - 4)$$

$$A = 2x \times 3x - 2x \times 4 + 5 \times 3x - 5 \times 4$$

$$A = 6x^2 - 8x + 15x - 20$$

$$A = 6x^2 + 7x - 20$$

$$B = (2x + 3)(5x - 4) - 5(3x - 2)$$

$$B = 2x \times 5x - 2x \times 4 + 3 \times 5x - 3 \times 4 - 5 \times 3x + 5 \times 2$$

$$B = 10x^2 - 8x + 15x - 12 - 15x + 10$$

$$B = 10x^2 - 8x - 2$$

$$C = (8x - 11)(8x + 11)$$

$$C = (8x)^2 - 11^2$$

$$C = 64x^2 - 121$$

Exercice Bonus :

$$7\,800\,450 \mid 2$$

$$3\,900\,225 \mid 3$$

$$1\,300\,045 \mid 5$$

$$260\,015 \mid 5$$

$$52\,003 \mid 7$$

$$7\,429 \mid 17$$

$$437 \mid 19$$

$$23 \mid 23$$

$$1$$

$$\text{Donc } 7\,800\,450 = 2 \times 3 \times 5^2 \times 7 \times 17 \times 19 \times 23$$

$$430\,905\,069 \mid 3$$

$$143\,635\,023 \mid 3$$

$$47\,878\,341 \mid 3$$

$$15\,959\,447 \mid 7$$

$$2\,279\,921 \mid 7$$

$$325\,703 \mid 7$$

$$46\,529 \mid 7$$

$$6\,647 \mid 17$$

$$391 \mid 17$$

$$23 \mid 23$$

$$1$$

$$\text{Donc } 430\,905\,069 = 3^3 \times 7^4 \times 17^2 \times 23$$