Crible d'Eratosthène :

Coller le crible fait en classe.

Définition :

Un nombre est **premier** si ses seuls diviseurs sont 1 et lui-même.

Exemples : 2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23 ; 29 ; 31 ; 37 ; 41 ; 43 ; 47 ; 53 ; 59 ; 61 ; 67 ; 71 ; 73 ; 79 ; 83 ; 89 ; 97 ; ...

Remarques :

- Il y a une infinité de nombres premiers.
- 1 n'est pas un nombre premier car il n'a qu'un seul diviseur : 1

Méthode :

Pour montrer qu'un nombre N est premier, il suffit de montrer qu'il n'est divisible par aucun nombre premier inférieur ou égal à $\sqrt{N}$

Exemple :

On veut savoir si 157 est un nombre premier.

$$\sqrt{157} \approx 12,5$$

Il faut donc tester la divisibilité de 157 par 2 , par 3, par 5 , par 7 et par 11.

157 n'est divisible par aucun de ces cinq nombres premiers, donc 157 est premier.

Propriété

Tout nombre entier peut se décomposer de manière unique sous la forme d'un produit de nombres premiers.

Modèle :

$$\begin{array}{r|l} 130 & 2 \\ 65 & 5 \\ 13 & 13 \\ 1 & \end{array}$$

$$130 = 2 \times 5 \times 13$$

$$\begin{array}{r|l} 240 & 2 \\ 120 & 2 \\ 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$240 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 \\ = 2^4 \times 3 \times 5$$

Définition :

Une fraction est dite irréductible lorsque le numérateur et le dénominateur n'ont pas de diviseur commun autre que 1.

Modèle de rédaction :

Rendre irréductible la fraction suivante :

$$\frac{84}{30}$$

On peut décomposer le numérateur et le dénominateur en produits de facteurs premiers.

$$\begin{array}{r|l} 84 & 2 \\ 42 & 2 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$$84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7$$

$$\begin{array}{r|l} 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

$$\frac{84}{30} = \frac{2 \times 2 \times 3 \times 7}{2 \times 3 \times 5} = \frac{2 \times 7}{5} = \frac{14}{5}$$